Guia do Usuário



Graphmática

Versão 2003p

Por Carlos Malaca

Professor Izaias Cordeiro Néri

São Paulo

2007

ÍNDICE

1.0	O Programa
1.1	Barra de Botões
1.2	Teclas de atalho
1.3	0 Menu
1.3.1	Ficheiros
1.3.2	Editar
1.3.3	Ver
1.3.3.1	Sub – menus do menu Ver
1.3.3.1.1	Intervalo da Grelha
1.3.3.1.2	Tabelas de Pontos 08
1.3.3.1.3	Editor de Gráfico de Dados 08
13314	Painel de Variáveis 09
134	Oncões 10
1341	Sub – menus do Menu Opcões 10
13411	Papel do Gráfico Definições para os Gráficos 11
134111	Aba Papel do Gráfico
134112	Aba Opcões Logarítmicas
134113	Aba Legendas 13
134114	Aba Etiquetas 14
134115	Aba Cores 15
134116	Aba Fontes 16
13412	Definições Definições Globais
134121	Aha Geral
134122	Aba Tabela de Pontos
134123	Aba Linha Tangente
1.3.4.1.2.4	Aba Integração 21
134125	Aba Aiustar Curva 23
1.3.5	Ferramentas 24
1351	Sub – menus de Ferramentas 24
1.3.5.1.1	Calcular
1.3.5.1.2	Intersecção 25
1.3.5.1.3	Funcões
1.3.6	Cálculos
1.3.6.1	Sub – menu Cálculos
1.3.6.1.1	Encontrar Zeros e Extremos 28
1.3.7	Ajuda
1.3.7.1	Sub – menus de Ajuda
1.3.7.1.1	Procurar
1.3.7.1.2	Acerca
2.0	Escrevendo Funções
2.1	Operadores
2.2	Funções
2.3	Variáveis
2.4	Escrevendo as Equações
2.4.1	Sintaxe
2.4.2	Inequações

2.4.3	Só um ponto	36
2.4.4	Gráfico de Coordenadas Polares	37
2.4.5	Funções Paramétricas	38
2.4.6	Gráficos de Família de Funções	39

Apresentação

O *Graphmática* é um aplicativo que trabalha com duas dimensões, sendo capaz de representar graficamente funções de qualquer grau, funções exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, hiperbólicas, etc. Também é útil no Cálculo Diferencial e Integral: hachura áreas para ilustrar integrais, desenha gráficos de derivadas e cria gráficos de equações diferenciais ordinárias. Possibilita, assim, aplicações diversas em matemática. O Graphmática é versátil, uma vez que possibilita, em trigonometria, trabalhar com o ângulo em graus ou em radianos. Além disso, os gráficos podem ser representados com coordenadas cartesianas ou em polares, facilitando a criação de figuras que envolvam funções trigonométricas. É permitida a construção por parâmetros (retas paramétricas, por exemplo), e inequações são representadas muito facilmente.

O *software* foi criado por Keith Hertzer, um bacharel em Engenharia Elétrica e Ciência da Computação. O endereço da Internet que dispõe o *download* do programa é escrito em inglês (<u>www.graphmatica.com</u>), mas as versões disponíveis são diversas: desde uma original (em inglês) até traduções para o espanhol, francês, coreano e, inclusive, português.

A versão que usaremos neste guia é de 2003 e está em português de Portugal e foi traduzida pelo professor Carlos Malaca.

1.0 O Programa

O **Graphmática** possui uma tela igual à de muitos programas que fazem a mesma operação que ele: plotar gráficos. Uma barra de botões rápidos com os principais comandos usados, uma área editável das funções, a barra de menus e uma área de plotagem onde aparecem os gráficos digitados na área editável das funções.



Figura 1: Tela inicial do Graphmática

O programa possui configurações pré-determinadas, mas o usuário pode, se desejar, fazer alterações dessas configurações iniciais (Pág.: 17).

1.1 Barra de Botões

A barra de botões possui os comandos mais usados no programa. São eles:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	È		6	P 2	\checkmark		Ś	\$1	Y	X	®,	٩		ĸ	$\frac{d}{dx}$	1	$\int x$	× y 01.1	

1	Novo	Abre uma nova Lista de Funções			
2	Abrir	Abre uma Lista de Funções existente			
3	Guardar	Guardar uma Lista de Funções			
4	Imprimir	Imprime o gráfico atual			
5	Copiar gráfico	Copia a grelha para a área de transferência			
6	Desenhar o gráfico	Desenha o gráfico de uma função ou da função selecionada. Equivalente a pressionar <i>Enter</i> .			
7	Pausa	Ativado só quando se está desenhando			
8	Desenhar Todos	Desenha todos os gráficos da Lista de Funções.			
9	Apagar Ecrã	Limpa os gráficos da tela (ecrã)			
10	Esconder gráfico	Apaga a equação selecionada da tela, mas não da Lista de Funções.			
11	Apagar gráfico	Apaga o gráfico da lista de Funções			
12	Ampliar	Aumenta a área de plotagem			
13	Reduzir	Diminui a área de plotagem			
14	Grelha padrão	Retorna a Malha (grelha) padrão			
15	Cursor de coordenadas	Ativa o cursor de coordenadas, que permite achar as coordenadas numéricas de qualquer ponto de um gráfico usando o <i>Mouse</i> .			
16	Derivada	Determina e desenha a derivada da função			
17	Reta tangente	Desenha a reta tangente a um ponto e determina a sua inclinação.			
18	Integrar	Calcula a integração numérica para determinar a área abaixo de uma função			
19	Tabela de pontos	Ativa / desativa a tabela de coordenadas			
20	Editor de Regressão	Ativa / desativa o Editor do Gráfico de Dados, que lhe permite introduzir um conjunto de coordenadas de pontos para vê-los num gráfico			

1.2 Teclas de atalho

Com o teclado também é possível acessar alguns comandos do menu. São os atalhos usando a tecla CTRL pressionada junto com mais alguma outra tecla (letra).

Atalho	Comando
CRTL + N	Novo
CRTL + O	Abrir
CRTL + S	Salvar
CRTL + P	Imprimir
CRTL + H	Esconder Gráfico
CRTL + D	Apagar Gráfico
CRTL + A	Anotações
CRTL + L	Limpa tela
CRTL + R	Intervalo da Malha
CRTL + E	Calcular
CRTL + U	Cursor de Coordenadas
CRTL + T	Desenhar Tangente
CRTL + F	Integrar
F1	Tabela de operadores

 Tabela 2: Atalhos e comandos

1.3 O Menu

A barra de menus do programa fornece todas as opções de formatação e configurações do Graphmática. É uma lista completa dos comandos e também de opções.

1.3.1 Ficheiros

Ficheiros	Editar	Ver	Opções	Fer	
Novo	Ctrl+N	L			
Abrir	Ctrl+C)			
Guarda	r		Ctrl+S		
Guardar Como					
Guardar Info Arranque					
Configu	uração Pa	agina.			
Configu Imprimi	uração Po r	agina.	 Ctrl+P		

Figura 3: Menu ficheiros

- Novo Abre uma nova Lista de Funções;
- Abrir... Carrega um Arquivo da Lista de Funções
- Guardar O mesmo que Salvar
- Guardar Como.. Salvar Como... Salva em outra opção pasta;
- Guardar Info de Arranque Salva os parâmetros de arranque no arquivo GRAPHMAT.ini;
- Configuração Página... Define a impressora e as opções de impressão,
- Imprimir... Imprime o(s) gráfico(s) atual(is) da tela;
- Sair Sai do Programa.

1.3.2 Editar





- Undo Grid Range Anula a última operação de ampliação ou redução de escalar e alteração do intervalo;
- Copiar Gráficos BMP Copia a gráfico para área de transferência na opção mapa de Bits Colorida ou em preto e branco;
- Copiar Gráficos EMF Copia a gráfico para área de transferência na opção Metafile Colorida ou em preto e branco;
- Copiar Tabelas Copia o texto na tabela de pontos para área de transferência;

- Copiar Equações Copia as equações da lista de equações para área de transferência;
- Colar Dados da Regressão Cola uma tabela de valores x e y no Editor de Regressão;
- Esconder Gráfico Esconde, mas não apaga, o gráfico selecionado;
- Apagar Gráfico Apaga o gráfico selecionado da Lista de Equações;
- Apagar Todos os Gráficos Apaga todas as equações da lista de Equações;
- Anotações Adiciona Anotações ao gráfico.

1.3.3 Ver



Figura 5: Menu Ver

- Limpar o Écran Remove todos os gráficos da Tela;
- Ampliação Amplia a Malha;
- Redução Reduz a Malha;
- Intervalo da Grelha Muda o intervalo usado pelos eixos coordenados;
- Encontrar todos os Gráficos Ajuste da tela para visualizar todos os gráficos;
- Tabelas de Pontos Ativa ou desativa a tabela de coordenadas;
- Editor Gráfico de Dados Mostrar ou esconder o Editor Gráfico de Dados, o que lhe permite inserir um conjunto de pontos para os ver em um gráfico;

- Painel de Variáveis Mostra o Painel de Constantes e variáveis livres para edição;
- Barra de Rolamento Ativa as Barras de Rolamento para navegação ao longo do plano;
- Títulos e Etiquetas Mostra Títulos e Etiquetas nos eixos dos y.

1.3.3.1 Sub-menus do menu VER.

Iremos apresentar alguns dos sub-menus e suas principais características.

1.3.3.1.1 Intervalo da Grelha

Intervalo da Grelha	×						
Introduza Intervalo da Grelha	ОК						
Esquerda: ,[4 Direita: 4	Canaalar						
Parte Superior: 4	Redefinir						
Parte Inferior: -0,8422	Grelha Padrão						
🔽 Escalar Automaticamente as coordenadas em falta							
Actual Intervalo: (-8,0, auto) - (8,0, 5,68)							

Figura 6: Sub - Menu Ver: Intervalo de Grelha

- **Esquerda** Digite o número dos x à esquerda;
- **Direita** Digite o número dos x à direita;
- Parte Superior Digite o número dos y acima da origem;
- Parte Inferior Digite o número dos y abaixo da origem;
- Redefinir Retorna às configurações iniciais de eixo e não sai desta tela;
- Grelha Padrão Retorna às configurações iniciais de eixo e sai desta tela.

1.3.3.1.2 Tabelas de Pontos



Figura 7: Sub - Menu Ver: Tabelas de Ponto

Quando nós digitamos uma função, o Graphmática plota essa função e apresenta ao lado um Tabela de Pontos com os pontos definidos no Intervalo da Grelha.

1.3.3.1.3 Editor Gráfico de Dados



Figura 8: Sub - Menu Ver: Editor Gráfico de Dados

Aqui o usuário introduz na tabela da direita alguns pontos (x, y) e estes aparecem na tela ao lado esquerdo. Clicando no botão *Ajustar <u>C</u>urva*, o Graphmática faz os ajustes necessários para plotar o gráfico por esses pontos, usando o máximo de interações ajustadas pelo usuário no menu Opções \rightarrow Definições... \rightarrow (aba) Ajustar Curva.

1.3.3.1.4 Painel de Variáveis

🔯 Variaveis 🛛 🗙					
ate jo					
incremento 1					
c = 1					
d = pi/180					
e = 2.7183					
p = 3.1416					
Help					
Actualizar					

Figura 9: Sub - Menu Ver: Painel de Variáveis

Nesta tabela o usuário poderá inserir valores para as variáveis a, b e c, encontramos também aqui umas constantes:

d: Transforma graus em Radianos;

e: Constante de Napier;

p: Número π.

Para a variável a:

De: é o valor inicial da variável

Até: é o valor máximo (ou mínimo se o processo é decrescente)

Incremento: é o valor do incremento da variável.

O uso desta variável está descrito em Gráficos de Famílias de Funções. As variáveis livres são diferentes das outras variáveis, dado que se pode especificar não só um valor, mas uma gama de possíveis valores. Isto permite-lhe desenhar o gráfico de famílias de funções ou curvas ou superfícies em 3-D facilmente. Por exemplo, y = a*cos(x) desenha o gráfico co-seno com varias amplitudes.

b = é o valor a atribuir para a variável livre b;

 $\mathbf{c} = \mathbf{\acute{e}}$ o valor a atribuir para a variável livre c.

1.3.4 Opções



Figura 10: Menu Opções

- Papel do Gráfico... Altera o papel de fundo do gráfico e outras propriedades;
- Definições... Abra o Painel de controle Principal das Opções;
- Intervalo de Teta... Ajustamento do intervalo de Teta para Gráficos Polares;
- Desenhar Automaticamente Ativa e/ou Desativa o desenho automático;
- Avisos Ativar e/ou desativar as mensagens de erros simples, como Divisão por Zero;
- Grelha Quadrada Ativa a opção da Grelha ficar Quadrada;
- Intervalo Automático Ajusta o eixo dos y para mostrar todo o gráfico.

1.3.4.1 Sub -menus do menu Opções

Alguns menus dentro do Menu Opções possuem sub - menus, são eles:

- Papel do Gráfico;
- Definições.

1.3.4.1.1 Papel do Gráfico... Definições para os Gráficos

1.3.4.1.1.1 Aba Papel do Gráfico

🔯 Definições para os Gráficos 🛛 🔋 🗙
Papel do Gráfico Opções Logarítmicas Legendas Etiquetas Cores Fontes
Selecionar o tipo de papel de fundo:
Rectangular O Trig O Polar O Logaritmico
Selecionar o detalhe da grelha:
Nenhum O Pontos C Linhas Linhas C Linhas C Linhas C Linhas C Linhas C Linhas Linhas Linhas C Linhas Linhas
Decoração da Grelha
Desenhar Extremidades
Desenhar Eixos
I♥ Desenhar Setas nos Eixos
Fazer destas, as opções para os próximos papeis de fundo
OK Cancelar Ajuda

Figura 11: Sub - Menu Opções: Papel do Gráfico ... : Definições para os Gráficos

O Graphmática proporciona diversos estilos de papel de fundo para melhorar os diferentes tipos de gráficos que o programa pode desenhar.

Em Selecionar o tipo de papel de fundo temos:

- Retangular Papel para coordenadas cartesianas;
- Trig Papel para as Funções Trigonométricas;
- **Polar** Papel para as coordenadas polares;
- Logarítmico Papel para as funções logaritmas.

Em Selecionar o detalhe da Grelha:

• Nenhum – Nenhum detalhe é adicionado;

- **Pontos** Insere uma malha de pontos na área de plotagem;
- Linhas Insere linhas tracejadas na área de plotagem;
- Linhas Escuras Insere linhas espessas na área de plotagem.

Em Decoração da Grelha.

Se preferir uma grelha com menos decoração, pode tirar alguma delas:

- Desenhar Extremidades Selecione desenhar uma cercadura em torno da grelha;
- **Desenhar Eixos** Desenhar os eixos x e y quando eles podem aparecer na tela;
- Desenhar Setas nos Eixos Desenhar setas de direção no fim dos eixos. Não aparecerão se a opção Desenhar Eixos não estiver escolhida.

1.3.4.1.1.2 A aba Opções Logarítmicas:



Figura 12: Sub - Menu Opções: Papel do Gráfico ... : Definições para os Gráficos: Aba Opções Logarítmicas

Troca a Base do Logaritmo com as opções:

- ✓ **Base 10** Usa o Logaritmo na base 10;
- ✓ Base Natural (neperiano) Usa o Ln;
- ✓ **Outra Base** Especifica a base no qual quer o logaritmo.

Tipo de Papel Gráfico:

✓ Bode Plot (x axis only) – Somente o eixo x está na escala logaritma;

- ✓ Semilog (eixo dos y apenas) Somente o eixo y está na escala logaritma;
- ✓ Log-Log Ambos os eixos estão na escala logarítmica.

1.3.4.1.1.3 Aba Legendas

🔯 Definições para os Gráficos	<u>? ×</u>
Papel do Gráfico Opções Logarítmicas Legendas	Etiquetas Cores Fontes
 Sem Legendas Espaço Automático Espaço Legendas: 	Linhas Grelha:
Mínimo — J— entre: Coarse Fine	Coarse Fine
C Espaços Personalizados Legendas: Linhas Grelha: Quando G Eixo X: Mante Eixo Y: Os Es	àrelha Altera Tamanho em Espaço entre Legendas spaços Acompanham a Grelha
Posição das Legendas no Eixo Vertical C Acima das Linhas da Grelha C Centerado com as Linhas de Grelha	
ОК	Cancelar Ajuda

Figura 13: Sub - Menu Opções: Papel do Gráfico ... : Definições para os Gráficos: Aba Legendas

- Sem Legendas Com essa opção ativada a tela não exibe as legendas (pontos nos eixos);
- Espaço Automático Aparecem duas barras de rolagem para legenda e Linhas Grelha ambas com os limites Coarse e Fine (Grosso e Fino) servem para apresentar mudanças entre o eixo coordenado.
- Espaços Personalizados Delimita a área Gráfica, por exemplo, se digitar em Eixo X Legendas: 1 e Linhas de Grade: 5 os eixos coordenados ficam com suas legendas com incremento 1 (aparecem os números em amplitude 1) e o Limite da legenda do gráfico fica até o número 5. Valem o mesmo para o Eixo Y;
- Quando Grelha Altera Tamanho Se marcar a opção "Mantém Espaço entre Legendas" os eixos se adaptam às novas medidas e marcando a opção "Os Espaços Acompanham a Grelha" os eixos "vão" até o tamanho delimitado, as legendas ficam alteradas ao novo tamanho escolhido;

 Posição das Legendas no Eixo Vertical – Com a opção "Acima das linhas da Grelha" selecionada a legenda aparece acima das linhas e com opção "Centrado com as linhas da Grelha" a legenda fica ao centro das linhas da Grelha.

1.3.4.1.1.4 Aba Etiquetas

Definições para os Gráficos
Papel do Gráfico Opções Logarítmicas Legendas Etiquetas Cores Fontes
Título do Gráfico
Titulo à Esquerda:
Etiqueta à Direita:
Limpar Tudo 📃 Mostrar Títulos e Legendas no Ecrã
Eixo Horizontal: X
Eixo Vertical: y
Mostrar Legendas nos Eixos
OK Cancelar Ajuda

Figura 14: Sub - Menu Opções: Papel do Gráfico ... : Definições para os Gráficos: Aba Etiquetas

- Título do Gráfico Se pretender pode inserir aqui um título ao gráfico que aparecerá na parte superior da tela e centrado em relação ao gráfico;
- Título à Esquerda Insere um Título que aparecerá ao lado esquerdo da área de plotagem;
- Etiqueta à Direita Insere uma etiqueta ao lado direto da área de plotagem
- Botão Limpar Tudo Apaga os textos digitados nas caixas de diálogo;
- Mostrar Títulos e Legendas no Ecrã Deve estar selecionado se desejar visualizar o texto digitado nas caixas de diálogo acima;

Legendas

- Eixo Horizontal Exibe no eixo horizontal o que é digitado nesta caixa, ex:
 x;
- **Eixo Vertical** Exibe no eixo vertical o que é digitado nesta caixa, ex: *y*;
- Mostra Legenda nos Eixos Deve estar selecionado para que apareça em tela o que foi digitado nas caixas de diálogo acima.

1.3.4.1.1.5 Aba Cores

	s
Preto e Branco Cinzento Brancc Preto	
Elementos da Grelha Cores: Ver antes: Fundo Moldura Azul Escuro Linhas do Gráfic Azul Escuro Azul Céu Escu 1 Gráfico 1 Verde Escuro Gráfico 2 Magenta Escu Anotações	
Reiniciar	

Figura 15 Sub - Menu Opções: Papel do Gráfico ... : Definições para os Gráficos: Aba Cores

- Preto e Branco Altera a cor da área de plotagem para preto e branco;
- Cinzento Altera a cor da área de plotagem para fundo cinzento e eixos Vermelhos escuro;
- Branco Parecido com o Preto e Branco mantém a cor dois eixos no padrão;
- **Preto** Torna o fundo da tela todo preto e mantém a cor dos eixos;

Personalizado

- Elementos da Grelha Seleciona o elemento que quer alterar o padrão inicial das cores;
- Cores Altera a cor do elemento selecionado em Elementos da Grelha;
- Ver Antes Dá uma previsão de como ficará o novo esquema de cores;
- Botão Reiniciar Reinicia as configurações padrão de cores.

1.3.4.1.1.6 Aba Fontes

🔯 Definições para os Gráficos	<u>? ×</u>
Papel do Gráfico Opções Logarítmicas Legendas Etiquetas Cores	Fontes
Escolha um item, de seguida escolha o botão Selecionar Fonte para alterar a fonte. Editor de Equações Tabela de Pontos Barra de Estado Legendas Símbolos nas Legendas Legendas nos Eixos Anotações Títulos Etiqueta do Lado Esquer Etiqueta do Lado Direito	
Use esta fonte para todos os gráficos	
OK Cancelar	Ajuda

Figura 16 Sub - Menu Opções: Papel do Gráfico... : Definições para os Gráficos: Aba Fontes

Neste local o usuário poderá fazer alterações das fontes dos elementos que aparecem na caixa ao lado esquerdo. Há a opção *"Use esta fonte para todos os gráficos"* que quando selecionada torna padrão a todos elementos a fonte escolhida.

1.3.4.1.2 Definições... Definições Globais

1.3.4.1.2.1 Aba Geral

🔯 Definições Globais 🔗 🔀
Geral Tabela de Pontos Linha Tangente Integração Ajustar Curva
Factor Ampliação/Redução: 2 Opções Padrão Factor de Resolução: 1
Opções Especiais Guardar Definições ao Sair
Desenhar gráficos com linhas a cheio. 2 pixels
Mostrar avisos de erros.
Mostrar Tabelas de Pontos
✓ AutoRedesenhar-Desenhar as últimas 25 equações
✓ Na ampliação/redução manter grelha quadrada
Intervalo Automático-Ajusta o eixo y para mostrar novas equações
OK Cancelar Ajuda

Figura 17 Sub - Menu Opções: Definições... : Definições Globais: Aba Geral

- Fator Ampliação/Redução Determina o fator que a tela ampliará ou reduzirá quando clicar no botão ampliar ou no botão reduzir;
- Fator de Resolução Determina o fator em que o gráfico ficará desenhado deve –se inserir valores entre 0,1 e 10.
- Botão Opções Padrão Volta às configurações padrão do programa;

Opções Especiais

Os elementos aqui têm a opção de ficarem ativos (clicados) ou não ativos (sem clicar), segue então a opção quando ativos.

- Guardar Definições ao Sair Salva as definições feitas pelo usuário;
- Desenhar Gráficos com Linhas a Cheio ()Pixels Define a espessura da linha ou ponto dos gráficos;
- Desenhar Gráficos com Pontos, sem Linhas Desenha os gráficos apenas com pontos sobre a tela;
- Mostrar Avisos de Erro Mostra os avisos de erro;

- Mostrar Tabelas de Pontos Exibe a Tabela de Pontos de cada Gráfico na tela num total até de 9 gráficos;
- AutoRedesenhar Desenhar as Últimas () equações Redesenha as últimas equações, como padrão o Grapmática coloca 25 equações. Podendo ir até o valor de 999;
- Na Ampliação/ Redução Manter Grelha Quadrada Para as opções de tamanho mantém a tela sempre quadrada;
- Intervalo Automático ajusta o eixo y para mostrar novas equações Faz com que a área de plotagem se ajuste para exibir um novo gráfico construído.

1.3.4.1.2.2 Aba Tabela de Pontos

🔯 Defin	ições Globais			? ×
Geral	Tabela de Pontos	Linha Tangente	Integração Aju	star Curva
Incre © © Inc	mento entre pontos o O mesmo que os es O mesmo que os es Incremento Persona remento:	calculados: paços entre Legen paços da Grelha lizado Quando a grel C Mantem o i O Acompanh	das ha muda de tama ncremento a o tamanho da G	nho:
Casas Decimais nos resultados calculados 4 Número Máximo de gráficos por tabela (1-9): 3 Mostrar barra de rolamento horizontal				
		ОК	Cancelar	Ajuda

Figura 18 Sub - Menu Opções: Definições... : Definições Globais: Aba Tabelas de Pontos.

Incremento entre os pontos calculados

Três opções para o incremento (amplitude) dos pontos.

- O mesmo que os espaços entre Legendas Usa para os pontos, o espaço definido para Legendas;
- O mesmo que os espaços da Grelha Usa para os pontos, o espaçamento igual ao definido para a Grelha;

- Incremento Personalizado Adota valor digitado nesta caixa como o espaçamento dos pontos;
 - Quando a Grelha muda de tamanho:
 - Mantém o incremento Conserva o valor digitado na caixa;
 - Acompanha o tamanho da Grelha Adapta ao tamanho da Grelha.
- Casas decimais nos resultados Calculados Mostra os resultados com o número de casas decimais definidos na caixa;
- Número máximo de Gráficos por Tabela (1 9) Determina o número de gráficos que aparecerá na Tabela de Pontos;
- *Mostrar Barra de Rolamento Horizontal* Mostra uma Barra de rolagem horizontal na parte inferior da Tabela de Pontos.

1.3.4.1.2.3 Aba Linha Tangente

🔯 Definições Globais	? ×
Geral Tabela de Pontos Linha Tangente Integração Aju	ustar Curva
Escolha o método Seleccionar curva/ponto inicial com o rato Continuar a seleccionar pontos com o rato até clicar no fundo para parar Mostrar a caixa de diálogo Desenhar Linha Tangente	
OK Cancelar	Ajuda

Figura 19 Sub - Menu Opções: Definições... : Definições Globais: Aba Linha Tangente.

Escolha um Método

- Selecionar Curva/Ponto inicial com o rato (mouse) Com o Mouse é possível traçar a linha tangente em um ponto ou curva clicada;
- Continuar a selecionar pontos com o rato (mouse) até clicar no fundo para parar – Nesta opção selecionada o usuário pode continuar clicando sobre a curva ou ponto para construir as retas tangentes e ao clicar no fundo da tela esta opção desativa;
- Mostrar Caixa de diálogo Desenhar linha tangente Mostra a Caixa de Diálogo para desenhar a linha tangente.
 - Caixa de Diálogo.

🕂 Desenhar a Recta Tangente	
Equação: y=x^2	
Desenhar tangente em x = 2 y = 4	Calcular
Inclinação 4,0 Linha Tangente: y = 4x - 4	Fechar

Figura 20 Caixa de Diálogo Desenhar Reta Tangente.

- Equação Mostra a(s) equação(ões) feitas pelo usuário;
- Desenhar tangente em x = y = Define os pontos em que quer desenhar a reta tangente;
- Botão Calcular Calcula e mostra logo abaixo a Inclinação desta tangente (coeficiente angular) e mostra qual a equação desta reta no formato y = ax + b;
- Botão Fechar Encerra esta caixa de diálogo e não apaga a reta tangente desenhada.

1.3.4.1.2.4 Aba Integração

🔯 Definições Globais	<u>? ×</u>
Geral Tabela de Pontos Linha Tangente Integração Ajus	star Curva 📔
Método de Integração © Rectangulos Acima © Rectangulos Abaixo © Somas à Esquerda © Somas à Direita © Regra do Trapézio © Regra de Simpson	
Calcular automaticamente	
Método de Entrada de Dados Selecionar uma curva/região com o rato Mostrar a Caixa de Diálogo de Integração	
OK Cancelar	Ajuda

Figura 21 Sub - Menu Opções: Definições... : Definições Globais: Aba Integração.

Método de Integração

Há seis opções para escolher, são elas:

- Retângulos Acima Mostra a Integração com desenhos de retângulos acima do gráfico no intervalo determinado;
- Retângulos Abaixo Mostra a Integração com desenhos de retângulos abaixo do gráfico no intervalo determinado;
- Somas à Esquerda Realiza o processo de integração por somas à esquerda;
- Somas à Direita Realiza o processo de integração por somas à direita;
- Regra dos Trapézios Usa a Regra dos Trapézios para o processo de integração;
- Regra de Simpson Usa a Regra de Simpson (Simpson, Thomas (1710--1761)) para o processo de integração.

Precisão

- Especifica Números de Segmentos Insere o número digitado nesta caixa como o número de segmentos ou retângulos acima ou abaixo do gráfico;
- Calcular automaticamente O próprio Grapmática ajusta o número de segmentos ou retângulos.

Método de entrada de dados

- Selecionar uma curva/região com o rato (mouse) Inicia o processo de integração com a interação do usuário com o mouse sobre o gráfico. Clicar na curva e arrastar com o botão do mouse pressionado;
- Mostra a Caixa de Diálogo de Integração Exibe a caixa de diálogo de integração.
 - Caixa de diálogo de integração.

Ĵø Integração	_ 🗆 X
Equação 1: y=x^2	•
Equação 2: https://www.enablight.com	•
Integrar desde x = 🚺 até x = 2	Calcular
Resultado: 2,6667	Fechar

Figura 22 Caixa de Diálogo de integração.

- Equação 1: Define a primeira equação a integrar;
- Equação 2: Define a segunda equação a integrar. Quando
 <nenhum> a primeira equação será integrada com o eixo *x*;
- Integrar desde x = até x = Define os intervalos de integração. Desenha a área entre as equações ou com a equação e o eixo x;

- Botão Calcular Calcula a integral (área) e exibe ao lado;
- Resultado Mostra o resultado da Integral quando clica no botão Calcular;
- Botão Fechar Sai da caixa de diálogo e não apaga a área que fica hachurada entre os gráficos ou entre uma equação e o eixo dos x.

1.3.4.1.2.5 Aba Ajustar Curva

🔯 Definições Globais	<u>?</u> ×
Geral Tabela de Pontos Linha Tangente Integração	Ajustar Curva
 Gerai Tabela de Pontos Linna Tangente Integração Máximo número de Interações 250 Tipo de Equação: Polinomial Máxima ordem do polinómio 4 Sinusoidalnúmero de periodos a estimar 1 Exponencial Logística 	
OK Cancela	ır Ajuda

Figura 23 Sub - Menu Opções: Definições... : Definições Globais: Aba Ajustar Curva.

- Máximo número de Interações Insere aqui o número de interações que o Grapmática fará para melhor ajustar a curva.
- Tipo de Equação Dividida em quatro modelos de funções diferentes;
 - Polinomial (máxima ordem do polinômio) Ajusta o Gráfico conforme um polinômio de ordem definida pelo usuário;
 - Sinusoidal número de períodos a estimar Ajusta o Gráfico conforme um modelo Sinusoidal com estimativa de períodos;
 - Exponencial Ajusta o Gráfico conforme uma função Exponencial;
 - o Logística Ajusta o Gráfico com uma curva logística.

Ferramentas	Calculos	Ajuda
Calcular		Ctrl+E
Intersecção	o	
Funções		
Cursor Coo	rdenadas	Ctrl+U
Especificar	Valores Ini	ciais
Especificar	Domínio	

Figura 24 Menu Ferramentas.

- Calcular... Calcula as coordenadas de um ponto num gráfico;
- Intersecção... Determina as coordenadas dos pontos de intersecção entre duas curvas;
- Funções... Editar funções definidas pelo usuário e que podem ser usadas em diversas equações;
- Cursor Coordenadas Utilize o mouse para selecionar um ponto e conhecer suas coordenadas;
- *Especificar Valores Iniciais* Utilize o mouse para selecionar um valor inicial para uma aproximação o.d.e (não faço idéia do que seja isso!!!)
- Especificar Domínio Utilize o mouse para selecionar o domínio de uma função.

1.3.5.1 Sub – menus de Ferramentas

O menu Ferramentas possui três sub menus, são eles:

- Calcular;
- o Intersecção;
- o Funções.

1.3.5.1.1 Calcular...

Calcular Pontos	×
Selecione uma equação:	
y=3x	•
A resolver para y. Introduza o val	
O A resolver para x. Introduza o val	
Para encontrar uma solução for _x da área do ecrã, deve introduzir um valor perto dessa solução	
Results	
2,0 6,0	
P	
Calcular Fechar	

Figura 25 Sub Menu Ferramentas: Calcular.

- Selecione uma equação Seleciona uma equação inseria da área de plotagem;
- A resolver para y, Introduza o valor Calcula o valor y da função para esse número digitado;
- A Resolver para x, Introduza o valor Calcula o valor x da função para esse número digitado;
- Botão Calcular Mostra em "*Results*" os valore de x e y;
- Botão Fechar Sai desta tela.

1.3.5.1.2 Intersecção...

Procurar Inte	ersecção			×
Equação 1:	y=x			•
Equação 2:	y=x^2			•
Valor aproxin	nado para a inte	rsecção além ox lá	área do ecrã	
Resultados:	x	у 0		Calandar
	1,0	1,0		Laicular
				Fechar

Figura 26 Sub Menu Ferramentas: Intersecção.

- Equação 1 Seleciona uma função qualquer da tela considerando que esta será a primeira equação;
- Equação 2 Seleciona uma função qualquer da tela considerando que esta será a segunda equação;
- Valor aproximado para a intersecção alem da área do ecrã (tela) Aproxima um valor de intersecção por esse ponto dado;
- Botão Calcular Calcula e mostra em Resultados os pontos de intersecção entre as curvas e se caso não existir ponto de intersecção o espaço fica em branco e logo abaixo da tela do Graphmática aparece a seguinte mensagem: "Não foi encontrada qualquer intersecção entre as curvas. A solução poderá não existir".

1.3.5.1.3 Funções...

Se o usuário define alguma(s) função(ões) ele pode digitar na área editável das funções algo por exemplo como y = 3 + f(x) que o Grapmática vai plotar o gráfico f(x) acrescido de 3 no eixo dos y.





- Botão Definir Define a Função digitada na caixa de texto. Exemplo, o usuário aqui pode digitar várias funções como f(x), g(x), h(x) ou parametrizada f(t);
- Funções definidas neste documento de gráficos Exibe a função definida acima e a aplica apenas em um documento de Gráfico;
- Botão Fechar Fecha essa tela;
- Botão Ajuda Deveria exibir a ajuda desse tópico, mas não mostra nada;
- Botão Apagar Apaga a Função definida;
- Botão Adicionar Adiciona a Função na área "Livraria de Funções (partilhada por todos os documentos");
- Livraria de Funções (partilhada por todos os documentos) Exibe a função definida acima e a aplica em todos os documentos de Gráfico;

1.3.6 Cálculos



Figura 28 Menu Calculos.

- Encontrar Derivada Determina e desenha o gráfico da derivada na função desejada;
- Desenhar Tangente Determina a inclinação e desenha a reta tangente de uma função no ponto selecionado;
- Integrar Calcula a integração numérica para determinar a área abaixo de uma função;
- Encontrar Zeros e Extremos Encontra os pontos críticos da função, Zeros, Máximos e Mínimos.

1.3.6.1 Sub – menu Cálculos

1.3.6.1.1 Encontrar Zeros e Extremos...

Pro	ocurar P	ontos Crític	0 5			×
1	. Selecior	nar uma equa	ição:			
5	/=x^2					▼
2	. Introduz	a um valx pr	óximo:			
3.	. Procura	r 💿 Zeros j	unto ao p	oonto O	Extremos jur	ito ao ponto
	Resultad	los:				
	Tipo	×		у		
	Min	0		0		
	Zero	0				
	I					
		Calcular		Fechar		

Figura 29 Sub – Menu Calculos: Encontrar Zeros e Extremos.

- Selecionar uma equação: Opção de escolher com qual função o usuário irá trabalhar;
- Introduza um valor próximo: O usuário pode inserir um valor e clicar no botão Calcular para o Graphmática apresentar um valor mais próximo entre o número inserido pelo usuário e de uma raiz da função ou de um extremo;
- Procurar
 - Zeros Junto ao ponto Esta opção marcada calcula um valor aproximado em relação ao zero da função;
 - Extremos junto ao ponto Esta opção marcada calcula um valor aproximado em relação ao extremo da função;
- Resultados Mostra os pontos críticos da função;
- Botão Calcular Calcula e exibe os pontos críticos para um valor próximo digitado na opção "Introduza um ponto próximo";
- Botão Fechar Sai do Programa.

1.3.7 Ajuda

Ajuda
Conteúdo
Tabela de Operadores 🛛 🗛 🗛
Procurar
Graphmat Homepage
Acerca

Figura 30 Menu Ajuda.

- Conteúdo Mostra o arquivo de Ajuda;
- **Tabela de Operadores** Exibe uma tabela de operadores que podem ser usados pelo Graphmática. Exemplo *abs* como valor absoluto (módulo);
- Procurar... Pesquisa um tópico no arquivo de ajuda;
- Graphmat Homepage Directiona para o site <u>http://www.graphmatica.com/</u>
- Acerca Exibe os Créditos do Programa.

1.3.7.1 Sub – menus de Ajuda

1.3.7.1.1 Procurar...



Figura 31 Menu Ajuda - Procurar.

Aqui o programa oferece ao usuário uma lista com palavras chaves dos tópicos da ajuda existente nele. Deve-se digitar as iniciais da palavra que está buscando ajuda que o próprio programa auto completa e em seguida clique no Botão exibir.

1.3.7.1.2 Acerca

Exibe os créditos do programa, tais como Versão, data de conclusão, Nome dos desenvolvedores e tradutores do programa e os direitos autorais do Fabricante.

Acerca do Graphmática	X
Graphmática para Win32 Versão 2003 p	
por Keith Hertzer e Carlos Malaca graphmat@dumercatus.com	*
Cópia não registada!	OK
Ter 18 de Setembro de 2003 Copyright (c) 20	003 kSoft, Inc.

Figura 32 Menu Ajuda – Acerca.

2.0 Escrevendo as Funções

Existem formas no Graphmática em escrever as equações na forma cartesiana, paramétricas ou polares. Para todos os casos é necessário usarmos alguns tipos de operadores, funções e variáveis que o programa aceita.

2.1 Operadores

O Graphmática utiliza um grupo de operadores iguais a muitos programas semelhantes a ele. Os operadores suportados pelo programa são:

Operador	Significado	Exemplo
+	Adição	y = 2x + 1
-	Subtração	y = 3x-2
*	Multiplicação	$y = 2^*x$ ou $y = a^*\cos(x)$
/	Divisão	y = 2/2x
^	Potenciação	$y = x^2$
[] ou ()	Parêntesis	y = [2x+1]/3x
;	Separa as partes independentes de uma equação paramétrica	$x = 2t$; $y = 2t^2 \{-10, 10\}$
r	Insere comentário	$y = x^2$ ' segundo grau
{m,n}	Especifica o domínio	$\{2, 6\} = 2 \le x \le 6$

Tabela 3: Operadores

Observação:

Para especificar o domínio da função, podemos também usar os pontos no infinito. Se escrevermos juntos a função o domínio da seguinte forma:

- $\{3,\}$ o domínio interpretado será igual $[3,\infty)$
- ♦ {,1} o domínio interpretado será igual $(-\infty;1]$

2.2 Funções

O Graphmática utiliza um grupo de Funções iguais a muitos programas semelhantes a ele. Algumas das funções suportadas pelo programa são:

Função	Significado	Sintaxe	Equivalente
abs	módulo	y = abs(x)	y = x
sin	seno	y = sin(x)	y = sen(x)
cos	co-seno	$y = \cos(x)$	$y = \cos(x)$
asin	Arco seno	$y = a\sin(x)$	y = arcsen(x)
acos	Arco co-seno	$y = a\cos(x)$	$y = \arccos(x)$
asec	Arco secante	$y = a \sec(x)$	$y = arc \sec(x)$
tan	tangente	$y = \tan(x)$	y = tg(x)
atan	Arco tangente	$y = a \tan(x)$	y = arctg(x)
cot	cotangente	$y = \cot(x)$	$y = \cot g(x)$
csc	cosecante	$y = \csc(x)$	$y = \cos \sec(x)$
acot	Arco cotangente	$y = a \cot(x)$	$y = \arccos(x)$
acsc	Arco cosecante	$y = a \csc(x)$	$y = \arccos \sec(x)$
sec	secante	$y = \sec(x)$	$y = \sec(x)$
exp	Potência de base e	$y = \exp(x)$	$y = e^x$
ln	Log neperiano	$y = \ln(x)$	$y = \ln(x)$
log	Log na base 10	$y = \log(x)$	$y = \log(x)$
sqrt	Raiz quadrada	y = sqrt(x)	$y = \sqrt{x}$

Tabela 4: Funções

2.3 Variáveis

Algumas das variáveis usadas pelo programa são:

Variáveis	Variáveis Utilização	
<i>x</i> , <i>y</i>	Coordenadas retangulares	y = 2x - 4
r, t	Coordenadas polares O t entra como θ	$r = sen(t)$ $r = sen(\theta)$
x, y, t	x e y como funções de t nas funções paramétricas	$x = 2t; y = t^3$

Tabela 5: Variáveis

2.4 Escrevendo as Equações

Existe pouca restrição na forma de introduzir as equações no Graphmática. A sua equação deverá conter exatamente:

- Uma variável dependente (y, x ou r);
- Um sinal de igualdade ou desigualdade (=, < ou >);
- Uma expressão de cada lado dos sinais de igual ou dos sinais de desigual.

Para as equações digitadas poderá incluir ainda na mesma linha de comando na área editável das funções:

- Variáveis a, b e c;
- Constantes numéricas ou pi, d e e ;
- Operações matemáticas básicas;
- o Parênteses;
- Um domínio
- o Um comentário.

2.4.1 Sintaxe

Para escrever uma função no Graphmática dependerá se esta for cartesiana, polar ou paramétrica.

O uso dos parênteses será adequado ao tipo de função que se quer escrever, dependendo onde se o coloca o Graphmática irá interpretar a função de forma diferente como seguem os exemplos.

Sintaxe	Expressão Matemática Equivalente
$y = x^2/3$	$y = \frac{x^2}{3}$
$y = x^{(2/3)}$	$y = x^{2/3} \rightarrow y = \sqrt[3]{x^2}$
y = sqrt(x) + 1	$y = \sqrt{x} + 1$
y = sqrt(x+1)	$y = \sqrt{x+1}$
y = sqrt(x+1)/(x+2)	$y = \frac{\sqrt{x+1}}{x+2}$
$y = \ln(x) + 1$	$y = \ln(x) + 1$
$y = \ln(x+1)$	$y = \ln(x+1)$
$y = (x+2)^{3}/(x-1)$	$y = \frac{(x+2)^3}{x-1}$
$y = ((x+2)/(x-1))^3$	$y = \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^3$
y = (x+1)/(x+2)	$y = \frac{x+1}{x+2}$
y = x + 1/x + 2	$y = x + \frac{1}{x} + 2$
y = (x+1)/x+2	$y = \frac{x+1}{x} + 2$
y = x + 1/(x+2)	$y = x + \frac{1}{x+2}$
$Y = \sin(x)^2$	$y = sen^2(x)$
$Y=\sin(x^{2})$	$y = sen(x^2)$

ia

Exemplos:

Função de 1º Grau

A função f(x) = 2x+1 deve ser digitada na área editável das funções como y = 2x+1.



Figura 33 área editável das funções com a função y = 2x + 1.

Função de n-ésimo grau (polinomiais)

Devem ser digitadas como " $y = x^{n}$ ", por exemplo, para a função $f(x) = 3x^4 + 2x^2 + x - 1$ devemos digitar na área editável das funções da seguinte forma $y = 3x^4 + 2x^2 + x - 1$

Ficheiros	Editar	Ver	Opções	Ferramentas	Calculos	Ajuda		
0 🖻	84	P 2	✓ []	😼 😼 🔮	× •	∖ € ≢	$\frac{d}{dx} \int Jx$	
y = :	3x^4	+ 2	2x^2 +	+ x - 1				

Figura 34 área editável das funções com a função $y = 3x^4 + 2x^2 + x - 1$

Outras

Também podemos desenhar cônicas com o Graphmática.

- **Círculo**: $x^2 + y^2 = 36$ desenhará a circunferência $x^2 + y^2 = 6^2$;
- **Elipse:** $x^{2}/4+y^{2}/9=1$ desenhará a elipse $\frac{x^{2}}{4}+\frac{y^{2}}{9}=1$

• **Hipérbole**:
$$x^2/4-y^2/9=1$$
 desenhará a hipérbole $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$

Trigonométricas

Mostraremos as três funções mais usadas pela trigonometria

- **Seno:** y = sin(x)
- **Co-seno:** y = cos(x)
- **Tangente:** y = tan(x)

2.4.2 Inequações

Para desenhar o gráfico de inequações basta substituir o sinal = pelo sinal < ou > para muitas funções. Esta característica está presente apenas para Gráficos Cartesianos.

A região que resolve a desigualdade é tracejada com os desenhos da mesma cor que o gráfico esta. Para $\langle = ou \rangle = a$ curva é desenhada com uma linha cheia, e para $\langle ou \rangle$ > a curva se apresenta tracejada para indicar uma desigualdade restrita. Na maioria dos casos, quando existem assíntotas estas são detectadas e uma linha fronteira será adicionada ao gráfico para que este fique mais correto. Assim gráficos como y \langle tan x ou xy \rangle 1 serão desenhados corretamente. Para, além disso, o domínio válido da função a desenhar é detectado automaticamente, e y \rangle log x, por exemplo, sombreia só o primeiro e quarto quadrantes.



Figura 35: Exemplo do gráfico de $y \ge x^2 - 2$

2.4.3 Só um ponto

Para desenhar na grelha um único ponto, apenas tem de especificar as coordenadas x e y conforme o exemplo seguinte.

Exemplo: x = 4; y = 2 desenha o ponto (4,2).

2.4.4 Gráficos de Coordenadas Polares

Os gráficos em Coordenadas Polares é uma abordagem diferente, pois são representados as curvas num espaço bidimensional. O conceito é bastante acessível de ver graficamente, mesmo para aqueles que nunca usaram coordenadas polares.

Gráfico usando o dispositivo de coordenadas polares e as variáveis r e t (em vez de teta).

Exemplo: r = 3cos t +2



Figura 36: Exemplo do gráfico de $r = 3\cos t + 2$ (limaçon)

O método tradicional nos gráficos cartesianos depende de uma coordenada em x e de uma em y que marcam a distância de um ponto a duas linhas perpendiculares: a reta x = 0 e y = 0; nas coordenadas polares a localização de um ponto depende de uma coordenada representada pela letra Grega "teta" a qual é simplifica por t no Graphmática e outra chamada r. O t diz qual a direção a tomar a partir da origem, e o r diz a que distância se deve colocar o ponto nessa direção. A direção é medida em radianos com um ângulo que começa no eixo dos x e dá a volta no sentido anti-horário. Existem 2pi radianos num círculo completo, correspondendo a 360 graus. Para pôr uma coordenada polar em coor denadas cartesianas, usamos as equações $x = r \cos t$ e y = rsen t .

2.4.5 Funções Paramétricas

Os gráficos Paramétricos, assim como os gráficos polares, empregam um método diferente de calcular os pontos no plano para mostrar as curvas que podem ser difíceis de calcular usando coordenadas retangulares. Essas curvas são únicas. Elas estão ligadas às coordenadas cartesianas x e y e são calculadas com base numa terceira variável (o "parâmetro" de x e y) o qual é tradicionalmente chamado t (não confunda com o t que o Graphmática usa nos gráficos polares). t é incrementado desde o princípio do domínio até ao valor especificado para o fim. A cada valor, as funções x(t) e y(t) são calculadas e dão uma coordenada (x, y) que é desenhada. O Graphmática depois liga estes pontos para formar uma curva.

Para introduzir uma equação paramétrica não se esqueça dos **quatro elementos básicos:** as funções x(t) e y(t), o ponto e vírgula entre elas (é assim que o Graphmática reconhece que se pretende desenhar uma equação paramétrica), e o domínio para t.

x = 2t; $y = 2t^2$ {-10, 10}



Figura 37: Exemplo do gráfico paramétrico

2.4.6 Gráficos de Famílias de Funções

As variáveis livres são diferentes das outras variáveis, dado que se pode especificar não só um valor, mas uma gama de possíveis valores. Isto permite-lhe desenhar o gráfico de famílias de funções ou curvas facilmente. Por exemplo, $y = a*\cos(x)$ desenha o gráfico co-seno com varias amplitudes, e $x^2+y^2 = a$ desenha um classe de curvas de superfície f(x, y) = x^2+y^2 .

Não necessita de saber a sintaxe descrita para usar esta função, uma vez que pode introduzir os valores necessários no Painel de Variáveis. O Graphmática acrescentará às equações os novos valores. Se não especificar um intervalo para o "a", o Graphmática aceitará os valores correntes a partir do Painel de Variáveis para o início do intervalo, fim do intervalo, e incremento. O Graphmática começa por desenhar os gráficos da função com o valor do início do intervalo, e depois incrementa o valor e desenha outro gráfico até exceder o fim do seu intervalo. (Pode também especificar um valor negativo para o incremento.).

Para editar esta informação na linha de comandos, adicione o domínio especificando {a: iniciar, fim, incremento} às equações, substituindo iniciar, fim e incremento com os valores desejados Por exemplo, y = a*cos(x) {a: 1,6,2} desenhará o gráfico de y = cos x, y = 3cos x, e = y = 5cos x.



Figura 38: Família de Gráficos da Função $y = a*cos(x) com \{a: 1, 6, 2\}$

Outro exemplo que podemos mostrar usando uma família de funções é para a função $x^2 + y^2 = a \operatorname{com} \{a: 1, 6, 1\}$ isso fará o Graphmática plotar gráficos do tipo:

$x^{2} + y^{2} = 1;$	$x^{2} + y^{2} = 4;$
$x^{2} + y^{2} = 2;$	$x^{2} + y^{2} = 5;$
$x^{2} + y^{2} = 3;$	$x^{2} + y^{2} = 6.$



Figura 39: Família de Gráficos da Função $x^2 + y^2 = a \text{ com } \{a: 1, 6, 1\}$